

I. Mục tiêu

1. Nội dung chương trình và yêu cầu cần đạt

1.1. Công thức lượng giác và phương trình lượng giác

– Sử dụng được máy tính cầm tay để tính giá trị lượng giác của một góc lượng giác khi biết số đo của góc đó.

– Mô tả được các phép biến đổi lượng giác cơ bản: công thức cộng; công thức góc nhân đôi; công thức biến đổi tích thành tổng và công thức biến đổi tổng thành tích.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với giá trị lượng giác của góc lượng giác và các phép biến đổi lượng giác.

– Nhận biết được công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản:

$\sin x = m; \cos x = m; \tan x = m; \cot x = m$ bằng cách vận dụng đồ thị hàm số lượng giác tương ứng.

– Tính được nghiệm gần đúng của phương trình lượng giác cơ bản bằng máy tính cầm tay.

– Giải được phương trình lượng giác ở dạng vận dụng trực tiếp phương trình lượng giác cơ bản (ví dụ: giải phương trình lượng giác dạng $\sin 2x = \sin 3x, \sin x = \cos 3x$).

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với phương trình lượng giác (ví dụ: một số bài toán liên quan đến dao động điều hòa trong Vật lí,...).

1.2. Cấp số cộng, cấp số nhân

– Nhận biết được một dãy số là cấp số cộng.

– Giải thích được công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số cộng.

– Tính được tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số cộng để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: một số vấn đề trong Sinh học, trong Giáo dục dân số,...).

– Nhận biết được một dãy số là cấp số nhân.

– Giải thích được công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân.

– Tính được tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số nhân để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: một số vấn đề trong Sinh học, trong Giáo dục dân số,...).

1.3. Giới hạn. Hàm số liên tục

– Nhận biết được khái niệm giới hạn của dãy số.

– Giải thích được một số giới hạn cơ bản như: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0 (k \in \mathbb{N}^*)$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0 (|q| < 1)$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} c = c$ với

C là hằng số.

– Vận dụng được các phép toán giới hạn dãy số để tìm giới hạn của một dãy số đơn giản (Ví dụ:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{n}; \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4n^2+1}}{n}$$

– Tính được tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn và vận dụng được kết quả đó để giải quyết một số tình huống thực tiễn giả định hoặc liên quan đến thực tiễn.

– Nhận biết được khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số, giới hạn hữu hạn một phía của hàm số tại một điểm.

– Nhận biết được khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực và mô tả được một số giới hạn cơ bản như $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c}{x^k} = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{c}{x^k} = 0$, với c là hằng số và k là số nguyên dương

– Nhận biết được khái niệm giới hạn vô cực (một phía) của hàm số tại một điểm và hiểu được một số giới hạn cơ bản như: $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{1}{x-a} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{x-a} = -\infty$

– Tính được một số giới hạn hàm số bằng cách vận dụng các phép toán trên giới hạn.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với giới hạn hàm số.

– Nhận dạng được hàm số liên tục tại một điểm, hoặc một khoảng, hoặc một đoạn.

– Nhận dạng được tính liên tục của tổng, hiệu, tích, thương của hai hàm số liên tục.

– Nhận biết được tính liên tục của một số hàm sơ cấp cơ bản (như hàm đa thức, hàm phân thức, hàm căn thức, hàm lượng giác) trên tập xác định của chúng.

1.4. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song

– Nhận biết được các quan hệ liên thuộc cơ bản giữa điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong không gian.

– Mô tả được ba cách xác định mặt phẳng (qua ba điểm không thẳng hàng; qua một đường thẳng và một điểm không thuộc đường thẳng đó; qua hai đường thẳng cắt nhau).

– Xác định được giao tuyến của hai mặt phẳng; giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.

– Vận dụng được các tính chất về giao tuyến của hai mặt phẳng; giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng vào giải bài tập.

– Nhận biết được hình chóp, hình tứ diện.

– Vận dụng được kiến thức về đường thẳng, mặt phẳng trong không gian để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

– Nhận biết được vị trí tương đối của hai đường thẳng trong không gian: hai đường thẳng trùng nhau, song song, cắt nhau, chéo nhau trong không gian.

– Giải thích được tính chất cơ bản về hai đường thẳng song song trong không gian.

– Vận dụng được kiến thức về hai đường thẳng song song để mô tả một số hình ảnh thực tiễn.

– Nhận biết được đường thẳng song song với mặt phẳng.

– Giải thích được điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng.

– Giải thích được tính chất cơ bản về đường thẳng song song với mặt phẳng.

– Vận dụng được kiến thức về đường thẳng song song với mặt phẳng để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

– Nhận biết được hai mặt phẳng song song trong không gian.

– Giải thích được điều kiện để hai mặt phẳng song song.

– Giải thích được tính chất cơ bản về hai mặt phẳng song song.

– Giải thích được định lý Thalès trong không gian.

– Giải thích được tính chất cơ bản của lăng trụ và hình hộp.

– Vận dụng được kiến thức về quan hệ song song để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

– Nhận biết được khái niệm và các tính chất cơ bản về phép chiếu song song.

– Xác định được ảnh của một điểm, một đoạn thẳng, một tam giác, một đường tròn qua một phép chiếu song song.

– Vẽ được hình biểu diễn của một số hình khối đơn giản.

– Sử dụng được kiến thức về phép chiếu song song để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

1.5. Hai đường thẳng vuông góc

– Nhận biết được khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

– Nhận biết được hai đường thẳng vuông góc trong không gian.

– Chứng minh được hai đường thẳng vuông góc trong không gian trong một số trường hợp đơn giản.

– Sử dụng được kiến thức về hai đường thẳng vuông góc để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.

2. Phát triển các năng lực toán học

- Tư duy và lập luận toán học: Khẳng định được kết quả quan sát, nhận biết được các điểm tương đồng và khác biệt
- Giải quyết vấn đề: Thực hiện và trình bày được giải pháp giải quyết vấn đề
- Giao tiếp: Đọc, hiểu được thông tin toán học cơ bản
- Mô hình hóa : Thiết lập được mô hình toán học gắn với tình huống thực tiễn
- Sử dụng công cụ, phương tiện: Sử dụng được MTCT để giải quyết vấn đề toán học

3. Phát triển các phẩm chất: Trung thực, có trách nhiệm.

II. Ma trận đề (Thời gian làm bài 90 phút)

Ma trận khung

Nội dung	Số câu hỏi		
	TN 4 lựa chọn	TN đúng sai	Tự luận
Công thức lượng giác và phương trình lượng giác	2		
Cấp số cộng, cấp số nhân	4	1	1
Giới hạn dãy số và hàm số	7	1	
Hàm số liên tục	2		1
Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian, quan hệ song song	4	1	1
Hai đường thẳng vuông góc	1		1
Tổng	20 (4 điểm)	3 (3 điểm)	4 (3 điểm)

III. Đề tham khảo (thời gian làm bài 90 phút)

A. TRẮC NGHIỆM (7,0 ĐIỂM)

Phần 1. (4,0 điểm bao gồm 20 câu). Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu, học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho $\sin a = \frac{3}{5}$, $\left(\frac{\pi}{2} < a < \pi\right)$. Giá trị của $\cos a$ bằng

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $-\frac{4}{5}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 2. Công thức nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

- A. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ B. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$
- C. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ D. $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 3. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A. $-2; 0; 2.$ B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}.$ C. $1; 2; 4. .$ D. $1; 3; 7.$

Câu 4. Cho cấp số cộng biết số hạng thứ nhất là 2 và công sai là -3 . Tính số hạng thứ 20

A. $u_{20} = -55$. B. $u_{20} = -58$. C. $u_{20} = 62$. D. $u_{20} = 59$.

Câu 5. Tổng $S = 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 118$ bằng

A. 2618. B. 7021. C. 2261.. D. 2380.

Câu 6. Cho cấp số nhân $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$. Số hạng thứ 10 của cấp số nhân bằng

A. $\frac{1}{512}$. B. $-\frac{1}{512}$. C. $\frac{1}{1024}$. D. $-\frac{1}{1024}$.

Câu 7. Cho $\lim u_n = a$, $\lim v_n = b$, ($a, b \in R$). Chọn mệnh đề **sai**

A. $\lim(u_n + v_n) = a + b$. B. $\lim(u_n - v_n) = a - b$. C. $\lim(u_n \cdot v_n) = ab$. D. $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$.

Câu 8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 - 2^n}{3^n + 1}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 9. Thỏ và Rùa cách nhau 1 km cùng xuất phát với vận tốc lần lượt là 50 km/h và 1 km/h, theo cùng hướng (hướng từ Thỏ sang Rùa). Hỏi sau thời gian bao lâu thì Thỏ bắt kịp Rùa ?

A. $\frac{1}{50} h$. B. $\frac{1}{51} h$. C. $\frac{1}{49} h$. D. $\frac{1}{48} h$.

Câu 10. Cho $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L > 0$ và $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$, $g(x) < 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{g(a)}{f(a)}$. D. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$.

Câu 11. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ là

A. $+\infty$. B. không tồn tại. C. $-\infty$. D. 0.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^3 + 2}$ và dãy số (u_n) có $u_n = \frac{2-n}{n+1}$. Giới hạn của dãy số $f(u_n)$ bằng

A. 2. B. -1. C. -2. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ bằng

A. 1. B. -1. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 14. Hàm số $y = \frac{x+4}{x^2+4x}$ gián đoạn tại điểm nào sau đây ?

A. $x = 0$. B. $x = 0$ và $x = -4$. C. $x = -4$. D. $x = 4$.

Câu 15. Cho phân số tối giản $m = \frac{a}{b}$, ($b > 0$) để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, & x \geq 1 \\ m, & x < 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm

$x = 1$. Biểu thức $2a - b$ bằng

A. -2. B. 2. C. 3. D. -3.

Câu 16. Trong không gian mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song thì mọi đường thẳng trên (P) đều song song (Q).

B. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song thì mọi đường thẳng trên (P) đều song song với mọi đường thẳng trên (Q).

C. Nếu hai đường thẳng song song lần lượt trên hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) thì (P) song song với (Q) .

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước, ta vẽ được duy nhất một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AC . (P) là mặt phẳng qua MD và song song BC . Gọi d là giao tuyến của (P) và (ABC) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. d qua M và song song AB .

B. d qua D và song song AB .

C. d qua M và song song BC .

D. d qua D và song song BC .

Câu 18. Trong các điều kiện đủ để hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) song song sau đây, điều kiện nào là sai?

A. (P) và (Q) không có điểm chung.

B. (P) và (Q) cùng song song một mặt phẳng (R) .

C. (P) chứa 2 đường thẳng cắt nhau cùng song song (Q) .

D. (P) chứa 2 đường thẳng a, b song song và a, b cùng song song (Q) .

Câu 19. Trong không gian, hình nào sau đây **không** phải là hình biểu diễn của một tam giác đều?

A. tam giác đều.

B. tam giác thường.

C. tam giác cân.

D. hình bình hành.

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, góc của hai đường thẳng DC và BC' là

A. ABC' .

B. CBC' .

C. $DC'B$.

D. $DC'C$.

Phần II (3,0 điểm bao gồm 3 câu). Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 3. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = 2, u_2 = 4$

a) Công sai của cấp số cộng là $d = -1$.

b) Số hạng thứ 10 của CSC bằng 49.

c) 74 không phải là một số hạng của CSC.

d) Tổng 10 số hạng đầu của CSC bằng 245.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} & \text{khi } x > 1 \\ 2x & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$

a) $f(1) = 2$.

b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$.

c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -3$.

d) HS không có giới hạn hữu hạn khi $x \rightarrow 1$.

Câu 3. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và M là trung điểm của SB

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là đường thẳng SO .

b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (MCD) và (SAB) là đường thẳng qua điểm S và song song AB .

c) Giao điểm của đường thẳng DM và (SAC) là giao điểm của hai đường thẳng DM và SC .

d) Đường thẳng OM song song (SDC)

B. TỰ LUẬN (3,0 ĐIỂM)

Câu 1 (0,5 đ). Dân số trung bình của Việt Nam năm 2020 là 97,6 triệu người, tỉ lệ tăng dân số là 1,14%/năm (Nguồn: Niên giám thống kê của Việt Nam năm 2020, NXB thống kê, 2021). Đến năm 2030 thì dân số của Việt Nam là bao nhiêu? (Giả sử tỉ lệ tăng dân số không thay đổi trong thời gian đó)

Câu 2 (1,0 đ). Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2x}{1 - x}, & x \neq 1 \\ x^2 + 1, & x = 1 \end{cases}$ tại điểm $x = 1$.

Câu 3 (1,5 đ). Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và BB' .

a) Chứng minh hai mặt phẳng (MNP) và $(DA'C')$ song song.

b) Cho góc của hai đường thẳng AB và BC bằng 70° . Tính số đo góc của hai đường thẳng DC và $B'C'$.

HẾT